

2303000501013001-A
EXAMINATION MARCH-APRIL 2024
BACHELOR OF SCIENCE (FIRST SEMESTER) (ATKT)
MAJOR - 1 MATHEMATICS PAPER - I THEORY LEVEL 3
FUNCTIONS OF COMPLEX VARIABLES

[Time: As Per Schedule]

[Max. Marks: 35]

Instructions:

1. Fill up strictly the following details on your answer book
 - a. Name of the Examination : **BACHELOR OF SCIENCE (FIRST SEMESTER) (ATKT)**
 - b. Name of the Subject : **MAJOR - 1 MATHEMATICS PAPER - I THEORY LEVEL 3 FUNCTIONS OF COMPLEX VARIABLES**
 - c. Subject Code No : **2303000501013001-A**
2. Sketch neat and labelled diagram wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks of the question.
4. All questions are compulsory.
5. Make necessary assumption where ever required.

Seat No:

--	--	--	--	--	--

Student's Signature

Q.1 નીચે આપેલ પ્રશ્નોનાં જવાબ ટૂંકમાં લખો. (ગમે તે પાંચ).

5

Answer any Five from the following.

1. જો $\chi = \cos \theta + i \sin \theta$ હોય તો $x - \frac{1}{x} =$ _____.

If $\chi = \cos \theta + i \sin \theta$ then $x - \frac{1}{x} =$ _____.

2. $\frac{(e^x - e^{-x})}{2} =$ _____

3. $\cos(x + iy)$ નો કાલ્પનિક ભાગ લખો.
Write imaginary part of $\cos(x + iy)$

4. $(\cos 2\theta + i \sin 2\theta)^{-2} =$ _____.

5. $\text{Log}(i)$ ની મુખ્ય કિંમત _____ છે.
The principal value of $\text{Log}(i)$ is _____.

6. $\sin(ix) = \underline{\hspace{2cm}}$

Q.2 નીચે આપેલ પ્રશ્નોનાં જવાબ લખો. (ગમે તે બે).

10

Answer Any Two from the following.

1. જો $\sin 6\theta = a \cos^4 \theta \sin \theta + b \cos^3 \theta \sin^3 \theta + c \sin^5 \theta \cos \theta$ હોય તો $a+b+c$ ની કિંમત શોધો.

If $\sin 6\theta = a \cos^4 \theta \sin \theta + b \cos^3 \theta \sin^3 \theta + c \sin^5 \theta \cos \theta$ then find the value of $a+b+c$.

2. જો $x = \cos \theta + i \sin \theta$, $y = \cos \phi + i \sin \phi$ હોય તો $\frac{x-y}{x+y}$ ની કિંમત શોધો.

If $x = \cos \theta + i \sin \theta$, $y = \cos \phi + i \sin \phi$ then find the value of $\frac{x-y}{x+y}$.

3. જો $2 \cos 2\theta = x = \frac{1}{x}$ હોય તો $x^6 + \frac{1}{x^6}$ ની કિંમત શોધો.

If $2 \cos 2\theta = x = \frac{1}{x}$ then find the value of $x^6 + \frac{1}{x^6}$

Q.3 નીચે આપેલ પ્રશ્નોનાં જવાબ લખો. (ગમે તે બે).

10

Answer Any Two from the following.

1. યુલરના વિસ્તરણના સૂત્રની મદદથી $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan x}{x} \right)^{1/x}$ શોધો.

Find the $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan x}{x} \right)^{1/x}$ by using Euler's expansion.

2. $\cosh^{-1} x$ નું સૂત્ર તારવો.

Derive the formula for $\cosh^{-1} x$

3. સાબિત કરો કે

$$(2 \cosh \theta - 1) (2 \cosh 2\theta - 1) (2 \cosh 4\theta - 1) (2 \cosh \theta + 1) = (2 \cosh 8\theta + 1)$$

Prove that

$$(2 \cosh \theta - 1) (2 \cosh 2\theta - 1) (2 \cosh 4\theta - 1) (2 \cosh \theta + 1) = (2 \cosh 8\theta + 1)$$

Answer Any Two from the following.

1. જો $u = \log_e \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2} \right)$ હોય તો સાબિત કરો કે $\tanh \left(\frac{u}{2} \right) = \tan \frac{\theta}{2}$.

If $u = \log_e \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2} \right)$ then prove that $\tanh \left(\frac{u}{2} \right) = \tan \frac{\theta}{2}$.

2. જો $\tan (\alpha + i\beta) = x + iy$ હોય તો સાબિત કરો કે

$$x^2 + y^2 + 2x \cot 2\alpha = 1.$$

If $\tan (\alpha + i\beta) = x + iy$ then prove that

$$x^2 + y^2 + 2x \cot 2\alpha = 1.$$

3. $\text{Log sinh } (x + iy)$ નું વાસ્તવિક અને કાલ્પનિક ભાગોમાં વિભાજન કરો.

Separate the function $\text{Log sinh } (x + iy)$ into real and imaginary parts.
